



研究目的

本研究针对粒子群优化算法求解精度低，局部搜索能力差，进化后期收敛速度慢等问题，提出一种改进粒子速度和位置更新公式的粒子群优化算法

（Particle swarm optimization algorithm with improved particle velocity and position update formula，IPSO-VP）。

本研究主要工作为：

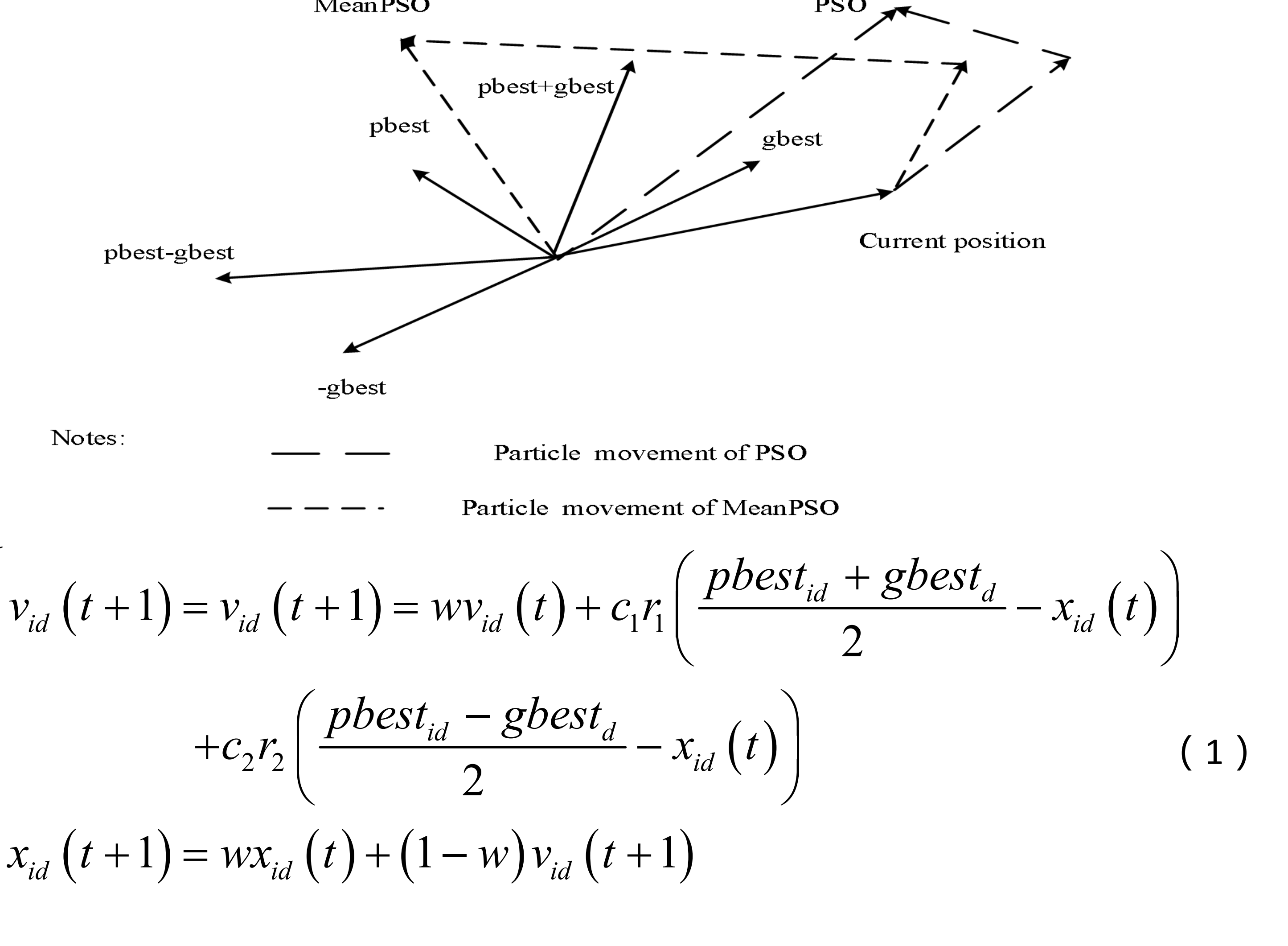
- （1）提出一种自适应粒子速度和位置更新策略；
- （2）采用基于Logistic混沌呈非线性变化的惯性权重。

从而加快算法的收敛速度、平衡算法的全局和局部搜索能力、提高收敛精度。

研究内容

一、自适应速度和位置更新策略

本研究受相关文献的启发，将粒子个体最优和群体最优的两种线性组合用于引导粒子进化，如下图分析所示：用个体最优和群体最优的线性组合引导粒子进化，可以扩大粒子搜索范围，增加算法搜索到最优解的可能性。基于此提出如式（1）粒子速度位置更新模式，式（1）中的位置更新公式引入惯性权重来平衡算法的全局和局部搜索能力。



式（2）在原速度位置更新公式基础上，引入粒子“平均维度信息” $p_{ad}(t) = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_{id}(t)$ 代替个体最优引导粒子进化；相关文献指出 P_{ad} 可加快算法收敛速度。

$$\begin{cases} v_{id}(t+1) = w v_{id}(t) + c_1 r_1 (p_{ad} - x_{id}(t)) + c_2 r_2 (gbest_d - x_{id}(t)) \\ x_{id}(t+1) = x_{id}(t) + v_{id}(t+1) \end{cases} \quad (2)$$

本研究引入 $p_i = \frac{\exp(fit(x_i(t)))}{\exp\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N fit(x_i(t))\right)}$ 作为自适应判定条件

当 $p_i > \delta$ (δ 为给定阈值) 时，当前粒子的适应度值远大于种群中所有粒子平均适应度值，表明算法处于搜索初期或者当前粒子分布较为分散，选择式（1）更新粒子；反之，采用式（2）更新粒子。

二、基于Logistic混沌的惯性权重

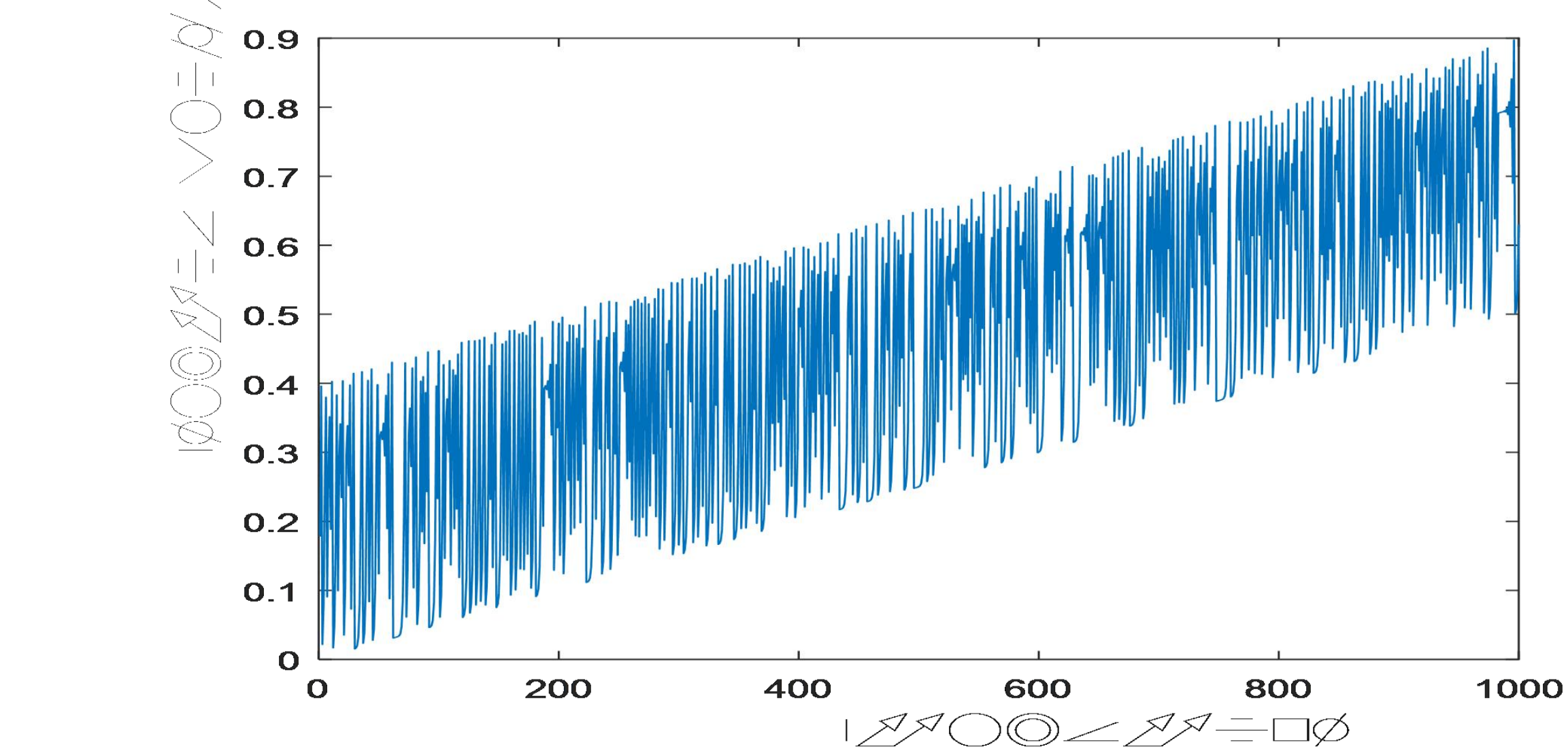
$$r(t+1) = 4 \cdot r(t) \cdot (1 - r(t)), r(0) = rand$$

$$r_0 \neq \{0, 0.25, 0.75, 1\}$$

$$w(t) = r(t) \cdot w_{\min} + (w_{\max} - w_{\min}) \cdot t / T_{\max}$$

$$w_{\max} = 0.9, w_{\min} = 0.4; \quad r(t) \text{ 是由混沌迭代产生的随机数。}$$

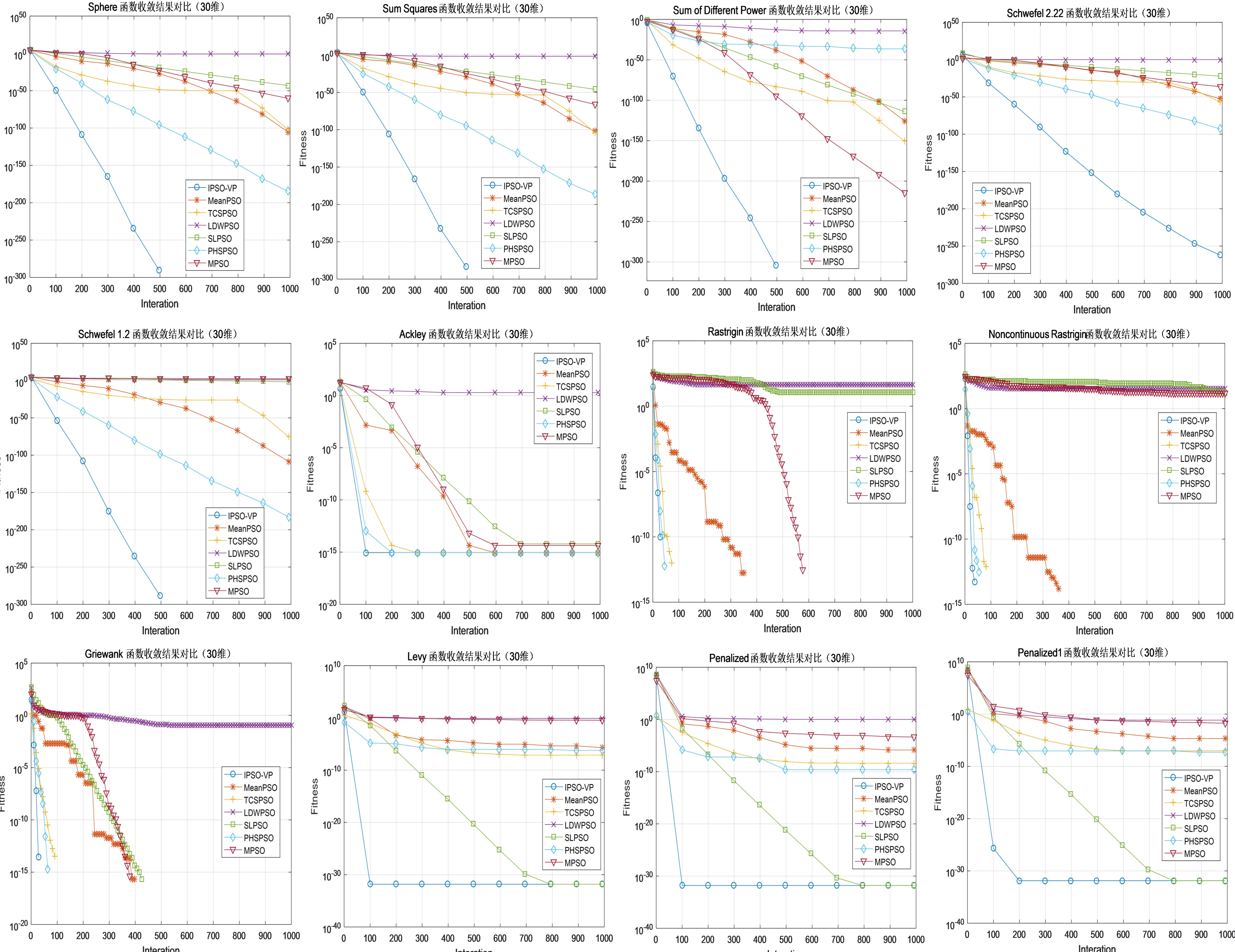
惯性权重随迭代次数变化曲线如下图所示：



实验结果

一、7 种算法在30维的12个测试函数上的求解结果和收敛曲线

Function		IPSO-VP	LWPSO	MeanPSO	SL-PSO	PHSPSO	TCPSO	MPSO
Sphere	Mean	0.00e+00	6.63e-02	4.17e-103	4.02e-44	5.84e-184	2.42e-103	1.05e-61
	Std	0.00e+00	4.85e-02	2.41e-102	3.52e-44	0.00e+00	9.56e-103	3.96e-61
Sum Squares	Mean	0.00e+00	1.39e-02	1.08e-103	1.76e-45	2.01e-182	2.76e-105	4.30e-64
	Std	0.00e+00	2.09e-02	4.83e-103	3.43e-45	0.00e+00	1.21e-104	1.97e-63
Sum Of Different Power	Mean	0.00e+00	9.47e-15	3.75e-111	2.38e-104	9.06e-34	4.73e-151	1.41e-186
	Std	0.00e+00	2.69e-14	1.68e-110	1.68e-103	4.69e-33	2.66e-150	0.00e+00
Schwefel 2.22	Mean	1.83e-248	5.81e-01	5.50e-53	2.31e-23	2.07e-92	1.92e-58	1.23e-34
	Std	0.00e+00	4.46e-01	2.87e-52	1.45e-23	5.02e-92	7.09e-58	7.95e-34
Schwefel 1.2	Mean	0.00e+00	1.84e+01	4.38e-102	6.53e-02	2.04e-181	1.70e-78	2.90e+02
	Std	0.00e+00	9.90e+00	2.59e-101	5.92e-02	0.00e+00	6.10e-78	2.04e+02
Ackley	Mean	8.88e-16	2.41e+00	8.88e-16	5.58e-15	8.88e-16	8.88e-16	3.59e-15
	Std	0.00e+00	4.86e-01	0.00e+00	1.38e-15	0.00e+00	0.00e+00	1.53e-15
Rastrigin	Mean	0.00e+00	2.69e+01	0.00e+00	1.40e+01	0.00e+00	0.00e+00	1.13e+01
	Std	0.00e+00	8.43e+00	0.00e+00	3.86e+00	0.00e+00	0.00e+00	1.73e+01
Noncontinuous Rastrigin	Mean	0.00e+00	3.81e+01	0.00e+00	1.67e+01	0.00e+00	0.00e+00	1.39e+01
	Std	0.00e+00	1.00e+01	0.00e+00	9.97e+00	0.00e+00	0.00e+00	1.78e+01
Griewank	Mean	0.00e+00	1.54e-01	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00
	Std	0.00e+00	7.35e-02	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00
Levy	Mean	1.50e-32	8.89e-01	4.85e-03	3.33e-02	2.14e-07	9.92e-07	1.47e-01
	Std	1.38e-47	6.26e-01	3.42e-02	1.16e-01	2.09e-07	1.35e-06	1.12e-01
Penalized	Mean	1.57e-32	6.82e-01	6.41e-03	1.57e-32	6.48e-09	3.00e-09	8.94e-04
	Std	5.53e-48	6.26e-01	1.23e-02	5.53e-48	9.97e-09	3.32e-09	2.62e-03
Penalized2	Mean	1.35e-32	1.92e-01	2.40e-01	1.35e-32	7.66e-08	6.90e-04	1.14e-02
	Std	1.11e-47	1.60e-01	6.88e-01	1.11e-47	9.72e-08	2.63e-03	2.03e-02



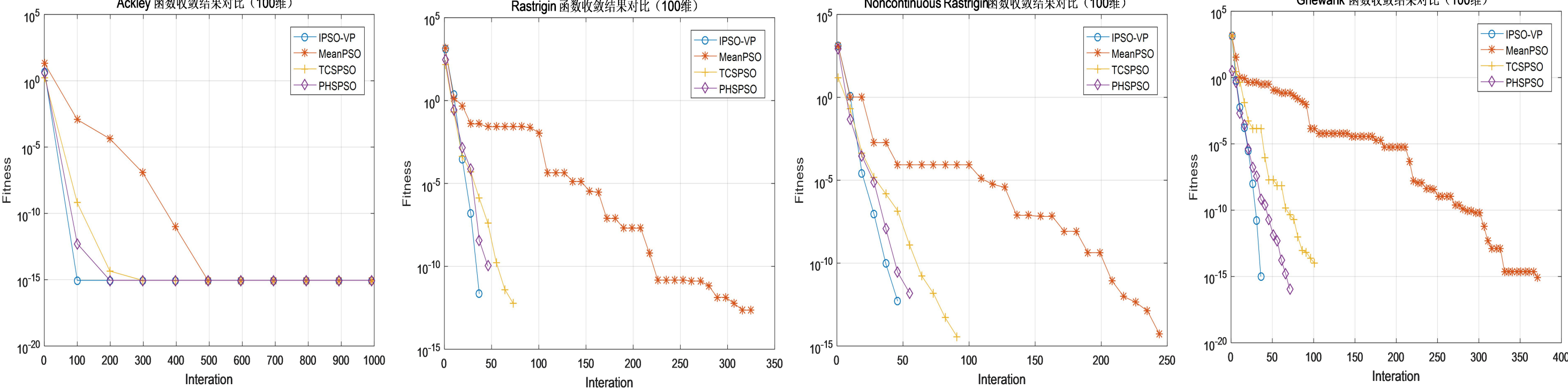
二、7 种算法在60维的12个测试函数上的求解结果

Function		IPSO-VP	LWPSO	MeanPSO	SL-PSO	PHSPSO	TCPSO	MPSO
Sphere	Mean	0.00e+00	1.46e+01	2.26e-104	4.78e-25	6.33e-183	1.04e-99	3.26e+01
	Std	0.00e+00	4.42e+00	1.48e-103	4.01e-25	0.00e+00	4.83e-99	1.62e+02
Sum Squares	Mean	0.00e+00	2.70e+00	5.97e-104	4.48e-26	5.91e-183	7.56e-102	1.24e-52
	Std	0.00e+00	1.19e+00	3.04e-103	5.19e-26	0.00e+00	2.69e-101	8.21e-52
Sum Of Different Power	Mean	0.00e+00	5.55e-14	1.60e-111	5.69e-70	2.58e-34	2.09e-150	1.31e-188
	Std	0.00e+00	1.18e-13	5.51e-111	1.99e-69	1.75e-33	1.15e-149	0.00e+00
Schwefel 2.22	Mean	1.19e-240	6.02e+00	2.25e-52	1.92e-13	1.73e-92	6.13e-58	3.37e-29
	Std	0.00e+00	1.61e+00	7.61e-52	8.79e-14	4.46e-92	1.61e-57	2.28e-28
Schwefel 1.2	Mean	0.00e+00	1.28e+03	4.25e-101	8.67e+03	1.86e-179	1.81e-71	4.32e+03
	Std	0.00e+00	3.52e+02	2.76e-100	3.17e+03	0.00e+00	7.94e-71	2.62e+03
Ackley	Mean	8.88e-16	4.63e+00	8.88e-16	1.29e-13	8.88e-16	8.88e-16	4.44e-15
	Std	0.00e+00	6.10e-01	0.00e+00	5.48e-14	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00
Rastrigin	Mean	0.00e+00	6.06e+01	0.00e+00	9.43e+01	0.00e+00	0.00e+00	5.25e+00
	Std	0.00e+00	1.44e+01	0.00e+00	6.15e+01	0.00e+00	0.00e+00	1.83e+01
Noncontinuous Rastrigin	Mean	0.00e+00	7.12e+01	0.00e+00	3.36e+02	0.00e+00	0.00e+00	9.35e+01
	Std	0.00e+00	2.97e+01	0.00e+00	3.79e+01	0.00e+00	0.00e+00	8.69e+01
Griewank	Mean	0.00e+00	1.13e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00
	Std	0.00e+00	4.89e-02	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00
Levy	Mean	1.50e-32	3.08e+00	1.16e-01	3.33e-02	3.32e-07	3.73e-01	1.68e+00
	Std	1.38e-47	1.53e+00	4.25e-01	1.16e-01	4.69e-07	1.94e-01	2.75e-01
Penalized	Mean	7.85e-33	2.52e+00	9.03e-02	1.57e-32	7.86e-09	2.38e-04	7.89e+01
	Std	2.76e-48	7.74e-01	3.13e-02	5.53e-48	1.08e-08	1.55e-04	4.88e+02
Penalized2	Mean	1.35e-32	6.16e+01	5.06e+00	1.10e-03	1.26e-07	1.08e+00	2.03e+01
	Std	1.11e-47	2.65e+01	1.04e+00	3.33e-03	1.44e-07	4.28e-01	1.08e+02

三、7 种算法在100维的12个测试函数上的求解结果

Function		IPSO-VP	LWPSO	MeanPSO	SL-PSO	PHSPSO	TCPSO	MPSO
Sphere	Mean	0.00e+00	7.51e+02	3.22e-101	4.11e-15	2.11e-182	1.30e-98	1.46e+03
	Std	0.00e+00	1.62e+02	1.53e-100	2.70e-15	0.00e+00	4.60e-98	1.43e+03
Sum Squares	Mean	0.00e+00	1.19e+02	2.60e-103	4.78e-16	3.91e-182	3.83e-99	1.71e+46
	Std	0.00e+00	2.20e+01	1.35e-102	4.13e-16	0.00e+00	1.56e-98	1.21e+45
Sum Of Different Power	Mean	0.00e+00	1.03e-10	1.02e-110	2.00e-39	1.79e-33	4.31e-151	3.02e-187
	Std	0.00e+00	3.00e-10	4.90e-110	8.79e-39	1.01e-32	2.89e-150	0.00e+00
Schwefel 2.22	Mean	3.11e-243	3.40e+01	6.76e-52	3.71e-08	1.68e-92	2.74e-57	1.36e-25
	Std	0.00e+00	4.67e+00	2.28e-51	2.75e-08	5.15e-92	7.56e-57	9.36e-25
Schwefel 1.2	Mean	0.00e+00	1.21e+04	1.66e-101	1.09e+05	2.18e-174	6.88e-68	1.87e+04
	Std	0.00e+00	3.34e+03	6.56e-101	1.51e+04	0.00e+00	2.58e-67	9.28e+03
Ackley	Mean	8.88e-16	8.11e+00	8.88e-16	1.05e-08	8.88e-16	8.88e-16	4.44e-15
	Std	0.00e+00	7.23e-01	0.00e+00	3.05e-09	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00
Rastrigin	Mean	0.00e+00	2.35e+02	0.00e+00	6.42e+02	0.00e+00	0.00e+00	2.87e+02
	Std	0.00e+00	2.93e+01	0.00e+00	2.31e+02	0.00e+00	0.00e+00	1.33e+02
Noncontinuous Rastrigin	Mean	0.00e+00	3.61e+02	0.00e+00	8.33e+02	0.00e+00	0.00e+00	3.41e+02
	Std	0.00e+00	6.87e+01	0.00e+00	3.67e+01	0.00e+00	0.00e+00	1.18e+02
Griewank	Mean	0.00e+00	8.01e+00	0.00e+00	9.86e-04	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00
	Std	0.00e+00	1.86e+00	0.00e+00	3.15e-03	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00
Levy	Mean	1.50e-32	8.34e+00	5.54e+00	1.72e+00	8.84e-07	3.37e+00	4.60e+00
	Std	1.38e-47	2.73e+00	1.29e+00	1.42e+00	1.19e-06	4.24e-01	3.32e-01
Penalized	Mean	4.71e-33	7.93e+00	1.41e-01	8.71e-03	5.33e-09	1.04e-02	3.34e+04
	Std	6.91e-49	3.03e+00	2.90e-02	2.82e-02	9.06e-09	4.20e-03	1.58e+05
Penalized2	Mean	1.35e-32	1.64e+02	8.44e+00	1.54e-03	2.46e-07	6.84e+00	2.81e+04
	Std	1.11e-47	3.44e+01	1.55e+00	3.85e-03	2.69e-07	5.74e-01	7.78e+04

4种算法在100维的4个测试函数上的收敛曲线



结论

本研究提出一种改进粒子速度和位置更新公式的粒子群算法，算法中引入一种自适应粒子速度和位置更新策略，同时采用基于混沌的非线性惯性权重，实验结果表明，改进算法具有较快的收敛速度，以及较高的寻优精度，同时改进算法解决维数较高的多峰函数问题，具有良好性能和潜在应用价值。

投稿人 姓名：李二超 高振磊

单位：兰州理工大学